Einführung in die Analysis, WS 16/17,
Übungsblatt, Woche ab 17.10.

1. Man beweise die Aussage: Die Summe zweier ungerader Zahlen ist gerade.

2. Man bestimme die Primfaktorenzerlegung der folgenden Zahlen:

$$400, \qquad 2049, \qquad 279936, \qquad 362880.$$

3. Man beweise die Aussage: Es gibt keine ganzen Zahlen m und n, sodass

$$12m + 15n = 200\,.$$

4. Man schreibe folgende Ausdrücke ohne Verwendung von Summen- bzw. Produktzeichen:

$$\sum_{k=2}^{7} k^{2k+1}\,, \qquad \sum_{j=-5}^{-2} a_k\,, \qquad \prod_{i=1}^{3} 2^i\,, \qquad \prod_{j=1}^{5} j^3\,.$$

5. Man schreibe folgende Ausdrücke ohne Verwendung von Summen- bzw. Produktzeichen:

$$\sum_{j=3}^{5}\prod_{k=1}^{3}(jk-2)\,, \qquad \sum_{k=0}^{3}\sum_{j=k}^{3} a_k^j\,.$$

6. Mit Hilfe des vorhergehenden Beispieles verifiziere man die Gleichung

$$\sum_{k=0}^{3}\sum_{j=k}^{3} a_k^j = \sum_{j=0}^{3}\sum_{k=0}^{j} a_k^j\,.$$

   Wie kann man direkt zu diesem Resultat kommen? (Hinweis: Über welche Paare (k,j) wird summiert?)

7. Man berechne

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{1+(-1)^j}{2}$$

   zunächst für $n=6$ und dann für beliebige natürliche Zahlen n, wobei im zweiten Fall das Resultat verbal beschrieben werden kann.

8. Man berechne

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \delta_{ij} \qquad (\delta_{ij} \text{ ist das Kronecker-Delta}).$$

9. Mit Hilfe des binomischen Lehrsatzes berechne man

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \qquad \text{und} \qquad \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (-1)^k .$$

   Man kontrolliere die beiden Resultate für $n = 4$.

10. Man berechne $p(-2)$ für das Polynom

$$p(x) = \sum_{i=2}^{25} \binom{25}{i} x^i .$$