

Übungsblatt 1

Beispiel 1 (Polynome multiplizieren).

Multiplizieren Sie die folgenden Polynome aus:

(a) $(2x^2 - 3x + 1)(x^3 - 1)$,

(c) $(1 + x)^5 + (1 - x)^5$,

(b) $(1 + x + x^2)(1 + x + x^2)$,

(d) $(x - a)(x^3 + ax^2 + a^2x + a^3)$,

wobei $a \in \mathbb{R}$ eine beliebige Zahl ist.

Beispiel 2 (Polynome dividieren).

Bestimmen Sie für

(a) $p(x) = 3x^2 - 7x + 4$ und
 $d(x) = x - 1$,

(d) $p(x) = x^4 + 4$ und
 $d(x) = x^2 - 2x + 2$,

(b) $p(x) = 3x^2 - 7x + 4$ und
 $d(x) = x$,

(e) $p(x) = x^6 - 3x^4$ und
 $d(x) = x^2 - 1$

(c) $p(x) = x^3 + (1 - 3a)x^2 + (2a^2 - 3a)x + 2a^2$ und
 $d(x) = x - a$, für beliebiges $a \in \mathbb{R}$,

jeweils zwei Polynome q und r so, daß

$$p(x) = q(x)d(x) + r(x)$$

gilt und der Grad von r kleiner als der Grad von d ist.

Beispiel 3 (Polynome faktorisieren).

Faktorisieren Sie die folgenden Polynome in Linearfaktoren:

(a) $2x^2 + 3x - 5$,

(c) $x^3 + 3x^2 + 2x$,

(b) $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24$,

(d) $2x^4 - 3x^3 - x^2 + 3x - 1$.

Hinweis: Das Polynom in (b) besitzt die beiden Nullstellen 1 und 2 und das Polynom in (d) hat eine doppelte Nullstelle bei 1.

Beispiel 4 (Ungleichungen mit Polynomen).

Für welche Werte $x \in \mathbb{R}$ ist die Ungleichung

(a) $(x - 2)(x - 3) > 0$,

(d) $x^3 + x > 2x^2$,

(b) $x^2 + 1 > 2x$,

(e) $x^4 + 4 \leq 5x^2$,

(c) $x^2 + 2 > 2x$,

(f) $x^4 + x^2 + 2x > 2x^3 + 2$

erfüllt?

Hinweis: Das Polynom $x^4 - 2x^3 + x^2 + 2x - 2$ besitzt die beiden Nullstellen 1 und -1 .